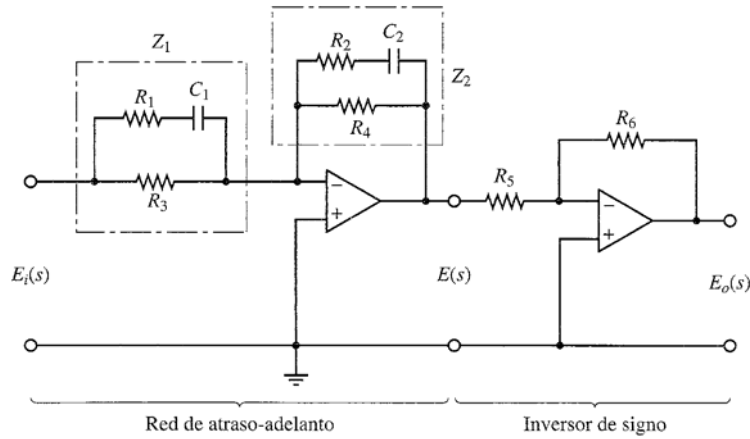


Compensación en atraso-adelanto

Compensador electrónico en atraso-adelanto con amplificadores operacionales



$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{R_4 R_6}{R_3 R_5} \left[\frac{(R_1 + R_3)C_1 s + 1}{R_1 C_1 s + 1} \right] \left[\frac{R_2 C_2 s + 1}{(R_2 + R_4)C_2 s + 1} \right]$$

$$T_1 = (R_1 + R_3)C_1 \quad T_1 \alpha = R_1 C_1 \quad T_2 = R_2 C_2 \quad \beta T_2 = (R_2 + R_4)C_2$$

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = K_c \alpha \beta \left(\frac{T_1 s + 1}{\alpha T_1 s + 1} \right) \left(\frac{T_2 s + 1}{\beta T_2 s + 1} \right) = K_c \left(\frac{s + \frac{1}{T_1}}{s + \frac{1}{\alpha T_1}} \right) \left(\frac{s + \frac{1}{T_2}}{s + \frac{1}{\beta T_2}} \right)$$

ADELANTO ATRASO

$$\alpha = \frac{R_1}{R_1 + R_3} < 1 \quad \beta = \frac{R_2 + R_4}{R_2} > 1 \quad K_c = \frac{R_2 R_4 R_6 (R_1 + R_3)}{R_1 R_3 R_5 (R_2 + R_4)}$$

La compensación de atraso-adelanto combina las ventajas de las compensaciones de atraso y de adelanto.

La compensación de adelanto básicamente acelera la respuesta e incrementa la estabilidad del sistema. La compensación de atraso mejora la precisión en estado estable del sistema, pero reduce la velocidad de la respuesta.

Si se desea mejorar tanto la respuesta transitoria como la respuesta en estado estable, debe usarse en forma simultánea un compensador de adelanto y un compensador de atraso.

Sin embargo, en lugar de introducir un compensador de adelanto y un compensador de atraso, ambos como elementos separados, es más económico sólo usar un compensador de atraso-adelanto.

Procedimiento

A partir de las especificaciones de desempeño proporcionadas, determine la ubicación deseada para los polos dominantes en lazo cerrado.

Use la función de transferencia en lazo abierto no compensado $G(s)$, para determinar la deficiencia de ángulo ϕ_m para que los polos dominantes en lazo cerrado estén en la posición deseada. La parte de adelanto de fase del compensador de atraso-adelanto debe contribuir con este ángulo.

Determine la ganancia necesaria para que los polos de lazo cerrado del sistema compensado en adelanto estén en la posición deseada. Con esta ganancia se determine el coeficiente estático de error y se determine la ganancia faltante para cumplir con el coeficiente estático de error deseado, la ganancia faltante es la ganancia que deberá proporcionar el compensador en atraso,

Determine la ganancia necesaria para que los polos de lazo cerrado del sistema compensado en adelanto-atraso estén en la posición deseada.

Primero se deberá compensar en adelanto para mejorar las características transitorias, ya que este compensador también afecta el estado estable, luego se compensará en atraso para mejorar el estado estable ya que este compensador modifica muy ligeramente la característica transitoria ya cumplida.

Ejemplo 1

La función de transferencia de lazo abierto de un sistema de control es

$$G(s) = \frac{2}{s(s+1)(s+2)}$$

Se desea que el sistema cumpla con las siguientes especificaciones, que el coeficiente estático de error de velocidad $K_v = 5 \text{ seg}^{-1}$ y la relación de amortiguamiento $\zeta = 0.5$

Sistema original

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{2}{s(s+1)(s+2)} = 1 \text{ seg}^{-1}$$

Se escoge el punto deseado como $s_d = -0.75 + j1.3$ el cual cumple con la relación de amortiguamiento $\zeta = 0.5$.

Aplicando la condición de ángulo del sistema sobre el punto deseado

$$-\angle(s) - \angle(s+1) - \angle(s+2) = -119.98^\circ - 79.11^\circ - 46.12^\circ = -245.21^\circ$$

Se necesita agregar 65° en adelante para que el punto deseado pertenezca al lugar de las raíces.

Si ubicamos al cero del compensador en adelante en -1

$$-\frac{1}{T_1} = -1$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{0.25}{1.3}\right) = 10.88^\circ$$

$$x = 1.3 \tan(65^\circ + 10.88^\circ) = 5.168$$

Por lo que el polo estaría ubicado en -5.918

$$-\frac{1}{\alpha T_1} = -5.918$$

El compensador en adelante sería

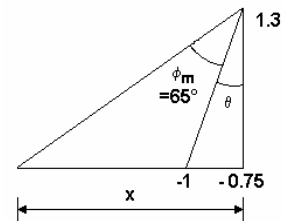
$$G_{ad}(s) = \frac{s+1}{s+5.918} K_{ad}$$

El sistema compensado en adelante

$$G(s)G_{ad}(s) = \left(\frac{2}{s(s+1)(s+2)}\right) \left(\frac{s+1}{s+5.918}\right) K_{ad}$$

Utilizando la condición de magnitud

$$K_{ad} = \frac{|s||s+1||s+2||s+5.918|}{2|s+1|} = \frac{(1.5)(1.324)(1.803)(5.329)}{2(1.324)} = 7.206$$



El coeficiente estático de error de velocidad para este nuevo punto es

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)G_{ad}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left(\frac{2}{s(s+1)(s+2)} \right) \left(\frac{s+1}{s+5.918} \right) 7.206 = 1.218 \text{ seg}^{-1}$$

Entonces se necesita aumentar la ganancia en un factor de

$$\frac{5}{1.218} = 4.106$$

Se necesita un compensador en atraso que proporcione una ganancia de

$$\beta = 4.106$$

Se ubica al cero del compensador en atraso a una décima parte de la parte real del punto deseado

$$-\frac{1}{T_2} = -0.075$$

El polo estaría en

$$-\frac{1}{\beta T_2} = -0.018$$

El compensador en atraso sería

$$G_{at}(s) = \frac{s+0.075}{s+0.018} K_c$$

El ángulo que aporta el compensador en atraso sobre el punto deseado es

$$\angle(s+0.075) - \angle(s+0.018) = 117.44^\circ - 119.38^\circ = -1.94^\circ$$

El sistema compensado en atraso-adelanto sería

$$G(s)G_{ad}(s)G_{at}(s) = \left(\frac{2}{s(s+1)(s+2)} \right) \left(\frac{s+1}{s+5.918} \right) \left(\frac{s+0.075}{s+0.018} \right) K_c$$

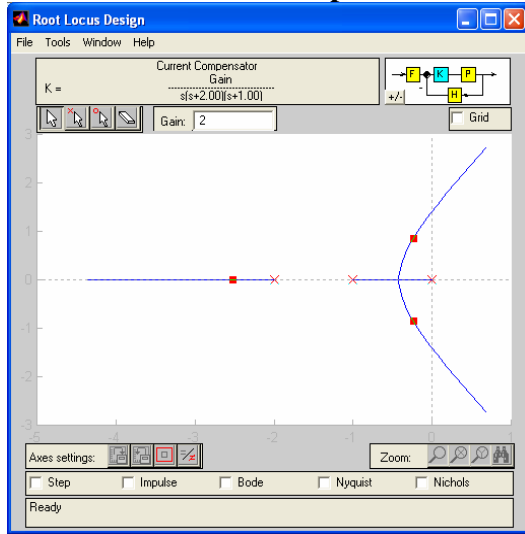
Con la condición de magnitud

$$K_c = \frac{|s||s+1||s+2||s+5.918||s+0.018|}{2|s+1||s+0.075|} = \frac{(1.5)(1.324)(1.803)(5.329)(1.492)}{2(1.324)(1.465)} = 7.3455$$

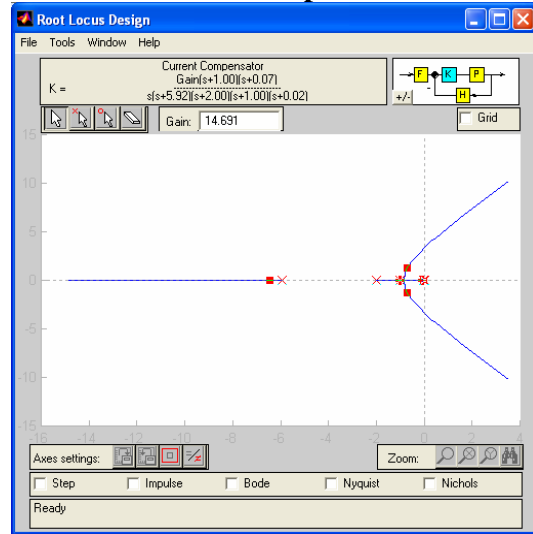
El coeficiente estático de error de velocidad es

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)G_{ad}(s)G_{at}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left(\frac{2}{s(s+1)(s+2)} \right) \left(\frac{s+1}{s+5.918} \right) \left(\frac{s+0.075}{s+0.018} \right) (7.3455) = 5.171 \text{ seg}^{-1}$$

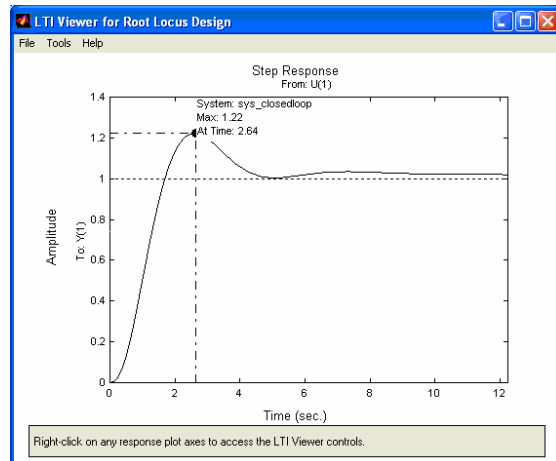
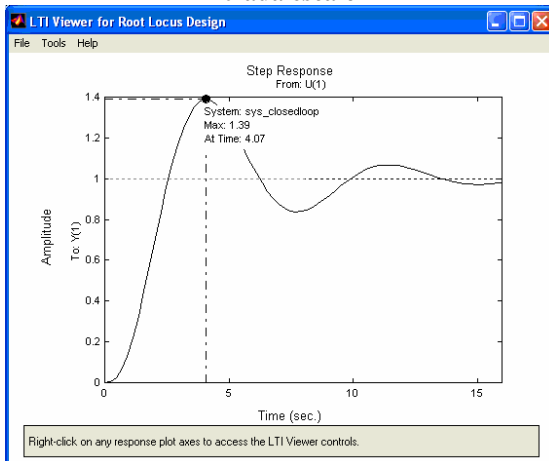
Sistema sin compensar



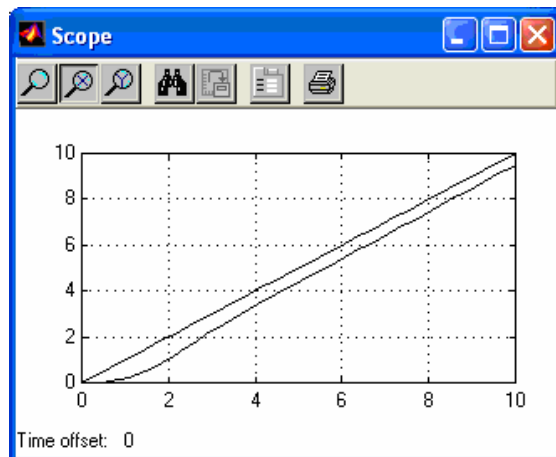
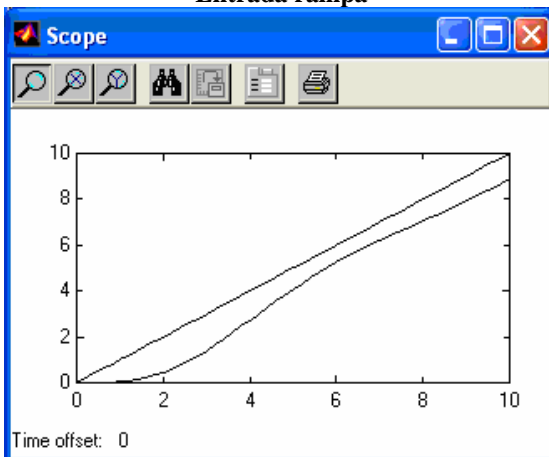
Sistema compensado



Entrada escalón



Entrada rampa



Ejemplo 2

La función de transferencia de lazo abierto de un sistema de control es

$$G(s) = \frac{10}{s(s+2)(s+8)}$$

Se desea que el sistema cumpla con las siguientes especificaciones, que el coeficiente estático de error de velocidad $K_v = 80 \text{ seg}^{-1}$ y los polos dominantes de lazo cerrado estén ubicados en $s = -2 \pm j2\sqrt{3}$

Sistema original

El punto deseado $s = -2 \pm j2\sqrt{3}$

$$s = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \Rightarrow \zeta = 0.5 \quad \omega_n = 4$$

Aplicando la condición de ángulo del sistema sobre el punto deseado

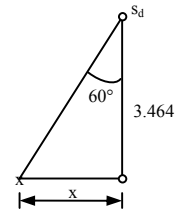
$$-\angle(s) - \angle(s+2) - \angle(s+8) = -120^\circ - 90^\circ - 30^\circ = -240^\circ$$

Se necesita agregar 60° en adelante para que el punto deseado pertenezca al lugar de las raíces.

Ubicamos al cero del compensador en adelante en -2

$$-\frac{1}{T_1} = -2$$

$$x = 3.464 \tan(60^\circ) = 6$$



Por lo que el polo estaría ubicado en -8

$$-\frac{1}{\alpha T_1} = -8$$

El compensador en adelante sería

$$G_{ad}(s) = \frac{s+2}{s+8} K_{ad}$$

El sistema compensado en adelante

$$G(s)G_{ad}(s) = \left(\frac{10}{s(s+2)(s+8)} \right) \left(\frac{s+2}{s+8} \right) K_{ad}$$

Utilizando la condición de magnitud

$$K_{ad} = \frac{|s||s+2||s+8||s+8|}{10|s+2|} = \frac{(4)(3.464)(6.928)(6.928)}{10(3.464)} = 19.199$$

El coeficiente estático de error de velocidad para este nuevo punto es

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)G_{ad}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left(\frac{10}{s(s+2)(s+8)} \right) \left(\frac{s+2}{s+8} \right) 19.199 = 3 \text{ seg}^{-1}$$

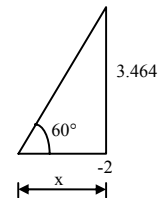
Entonces se necesita aumentar la ganancia en un factor de

$$\frac{80}{3} = 26.667$$

Como β no está dentro del rango permitido ($\beta > 17$) se necesitarían dos compensadores en atraso, pero se puede solucionar desplazando al cero más a la izquierda.

El límite para la ubicación del cero

$$x = \frac{3.464}{\tan 60^\circ} = 2$$

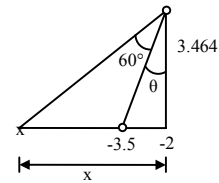


Entonces, el límite para el cero estaría ubicado en -4

Si ubicamos al cero del compensador en adelante en -3.5

$$-\frac{1}{T_1} = -3.5$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{1.5}{3.464} = 23.41^\circ$$



$$x = 3.464 \tan(60^\circ + 23.41^\circ) = 29.98$$

Por lo que el polo estaría ubicado en -31.98

$$-\frac{1}{\alpha T_1} = -31.98$$

El compensador en adelante sería

$$G_{ad}(s) = \frac{s + 3.5}{s + 31.98} K_{ad}$$

El sistema compensado en adelante

$$G(s)G_{ad}(s) = \left(\frac{10}{s(s+2)(s+8)} \right) \left(\frac{s+3.5}{s+31.98} \right) K_{ad}$$

Utilizando la condición de magnitud

$$K_{ad} = \frac{|s||s+2||s+8||s+31.98|}{10|s+3.5|} = \frac{(4)(3.464)(6.928)(30.179)}{10(3.775)} = 76.742$$

El coeficiente estático de error de velocidad para este nuevo punto es

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)G_{ad}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left(\frac{10}{s(s+2)(s+8)} \right) \left(\frac{s+3.5}{s+31.98} \right) 76.742 = 5.249 \text{ seg}^{-1}$$

La ganancia que se necesita aumentar al sistema es

$$\frac{80}{5.249} = 15.241$$

Se necesita un compensador en atraso que proporcione una ganancia de

$$\beta = 15.241$$

Se ubica al cero del compensador en atraso a una décima parte de la parte real del punto deseado

$$-\frac{1}{T_2} = -0.2$$

El polo estaría en

$$-\frac{1}{\beta T_2} = -0.013$$

El compensador sería

$$G_{at}(s) = \frac{s + 0.2}{s + 0.013} K_c$$

El ángulo que aporta el compensador en atraso sobre el punto deseado es

$$\angle(s + 0.2) - \angle(s + 0.013) = 117.46^\circ - 119.84^\circ = -2.38^\circ$$

El sistema compensado en atraso sería

$$G(s)G_{ad}(s)G_{at}(s) = \left(\frac{10}{s(s+2)(s+8)} \right) \left(\frac{s+3.5}{s+31.98} \right) \left(\frac{s+0.2}{s+0.013} \right) K_c$$

Con la condición de magnitud

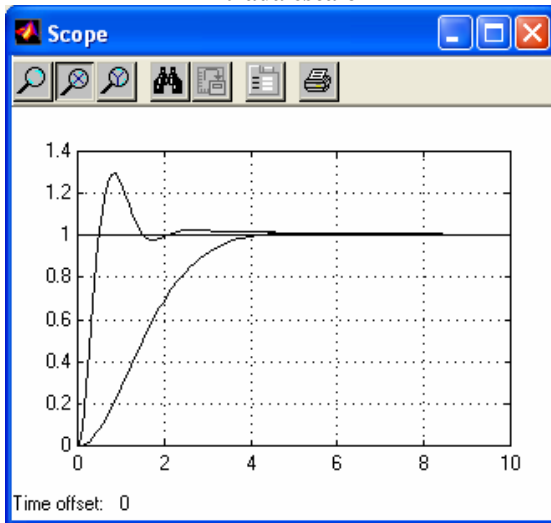
$$K_c = \frac{|s||s+2||s+8||s+31.98||s+0.013|}{10|s+3.5||s+0.2|} = \frac{(4)(3.464)(6.928)(30.179)(3.993)}{10(3.775)(3.904)} = 78.492$$

El coeficiente estático de error de velocidad es

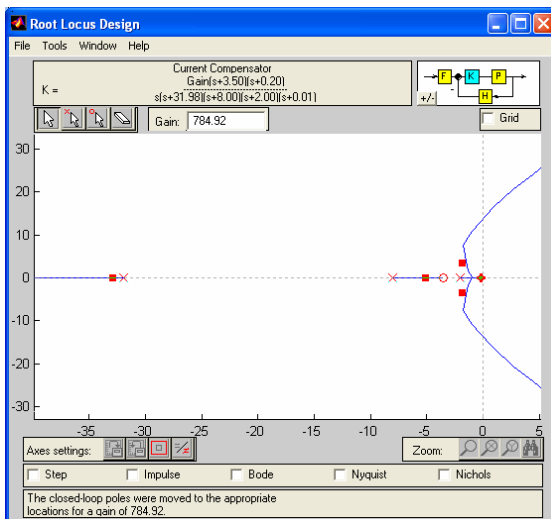
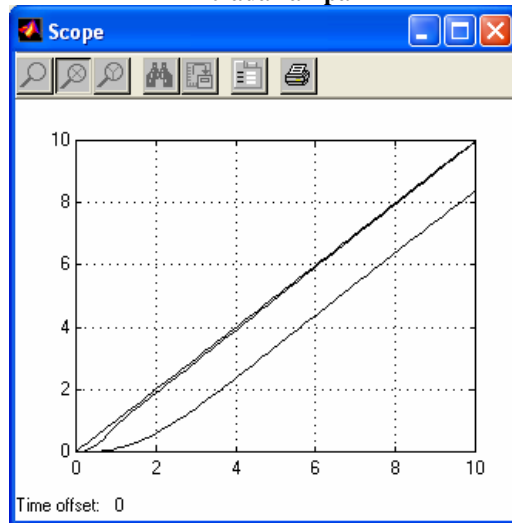
$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s)G_{ad}(s)G_{at}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left(\frac{10}{s(s+2)(s+8)} \right) \left(\frac{s+3.5}{s+31.98} \right) \left(\frac{s+0.2}{s+0.013} \right) (78.492) = 82.6 \text{ seg}^{-1}$$

Sistema sin compensar y compensado

Entrada escalón



Entrada rampa



Closed-loop Poles

-32.8872
 -1.8806+3.4901i
 -1.8806-3.4901i
 -5.1377
 -0.20689